

令和 2 年度 試験問題

中期日程

数 学 (120 分)

注 意

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は 7 ページあります。
- 3 解答用紙は 4 枚あります。解答用紙には受験番号欄(1 枚につき 2 ケ所)と氏名欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入下さい。
- 4 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせ下さい。
なお、問題冊子の 2 ページ、4 ページ、6 ページには何も印刷されていません。
- 5 解答は、全て解答用紙の指定されたところに書き下さい。書き切れない場合は、当該解答用紙の裏面を使用してよいが、表面に「裏面使用」と明記し、穴よりも下側を使用下さい。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰り下さい。

1

m, n を 2 以上の自然数とする。袋の中に 1 個の赤球と $m - 1$ 個の白球が入っている。袋から無作為に 1 個の球を取り出し、色を見て袋に戻す試行を n 回繰り返す。以下の問いに答えよ。(配点 75 点)

- (1) 取り出した球がすべて白球である確率 p_0 を求めよ。
- (2) 1 回目の試行と n 回目の試行でのみ赤球を取り出す確率 p を求めよ。
- (3) r を n 以下の自然数とする。赤球をちょうど r 回だけ取り出す確率 p_r を求めよ。
- (4) 取り出した赤球が偶数である確率を p_α 、奇数である確率を p_β とする。 $p_\alpha - p_\beta$ を求めよ。
- (5) p_α を求めよ。

2 三角形 ABC において $AB = 3$, $AC = 2$ とする。辺 AC の中点を M, 辺 BC の中点を N とし, $\angle A$ の二等分線と直線 MN との交点を D とする。次の問いに答えよ。 (配点 75 点)

(1) ベクトル \overrightarrow{MN} はベクトル \overrightarrow{AB} と平行であることを示せ。

(2) ベクトル \overrightarrow{AD} を 2 つのベクトル \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} で表せ。

(3) $AD = \sqrt{3}$ のとき, 三角形 ABC の面積 S を求めよ。

3

(配点 75 点)

〔1〕 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^4 x \cos x \, dx$ を求めよ。

〔2〕 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \tan 2x + x \sin \frac{3}{x} \right)$ を求めよ。

〔3〕 $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \times \left(1 + \frac{2}{n}\right)^2 \times \left(1 + \frac{3}{n}\right)^3 \times \cdots \times \left(1 + \frac{n}{n}\right)^n$
($n = 1, 2, 3, \dots$)

とおくとき、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \log a_n$ を求めよ。

4 座標平面において曲線 $y = \frac{1}{\sqrt{x}} \log x$ を C とする。曲線 C の接線のうち原点を通るものを l とし、その接点を A とする。次の問いに答えよ。 (配点 75 点)

- (1) 接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 接点 A における曲線 C の法線と x 軸との交点を求めよ。
- (3) 曲線 C と接線 l および x 軸とで囲まれた部分が x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。