

申請者	学科名	情報システム工学科	職名	准教授	氏名	三谷 健一
調査研究課題	バナッハ空間の種々の幾何学的定数とノルム不等式の研究					
調査研究組織	氏名	所属・職		専門分野	役割分担	
	代表	三谷健一	情報システム工学科 ・准教授	関数解析学	すべて	
調査研究実績の概要	<p>・研究の背景</p> <p>バナッハ空間の諸性質，特に単位球に纏わる幾何学的性質はそのノルムによって決定される。この幾何学的性質を調べる際，ノルムに付随して現れる幾何学的定数やノルム不等式がよく用いられる。幾何学的定数の典型的な例として，ヒルベルト空間を特徴づけるvon Neumann-Jordan定数や空間の単位球の四辺形性度合いを表すJames定数がある。これらの定数に関して様々な研究が進んでいる。例えば，不動点定理に関連する一様正規構造性の十分条件はこれらの定数で評価することができる。さらに，定数同士の相互関係については多くの研究者によって精力的に研究されている。また，バナッハ空間における三角不等式の精密化やそれに関連したノルム不等式の研究が進展し，バナッハ空間の構造研究に貢献すると考えられる。</p> <p>本研究では，バナッハ空間の様々な幾何学的構造を調べるために，Day-James空間などのノルム空間において，von Neumann-Jordan定数，modified von Neumann-Jordan定数などの幾何学的定数を考察する。さらに，ノルム不等式の一つであるDunkl-Williams不等式について精密化を行う。</p>					

<p>調査研究実績の概要</p>	<p>・研究成果 研究成果は項目に分けて述べる.</p> <p>(1) <math>\pi/2</math>-回転不変ノルムの幾何学的定数の研究 von Neumann-Jordan定数に関連して, modified von Neumann-Jordan定数やZbaganu定数が導入されている. 水口-斎藤(Ann. Funct. Anal., 2011)は<math>R^2</math>上のabsoluteノルムにおいて定数同士の相互関係を示した. 本研究では, <math>R^2</math>上の<math>\pi/2</math>-回転不変ノルムの幾何学的定数同士の相互関係を小室-斎藤-田中による, 任意の<math>\pi/2</math>-回転不変ノルム空間がある種のDay-James空間と等距離同型であるという結果を用いて証明した. 水口-斎藤と同様な結果を与えることができた. さらに相互関係の詳細を示す<math>\pi/2</math>-回転不変ノルムの例を構成した([3]). この研究について, 日本数学会2017年度年会(首都大学東京)において成果発表を行う予定である.</p> <p>(2) Dunkl-Williams不等式の精密化の研究 また, バナッハ空間における三角不等式の研究はHudzik-Landes(Math. Ann., 1992)の不等式以降, 最近においても精力的に研究がされている. その一つとして, 峰野-中村-大和田(Math. Inequal. Appl., 2012)の不等式を考察する. 彼らはノルムで与えられる連続関数を利用して, 三角不等式の差分と0との間のすべての値に対して特徴づけた. 本研究では, ノルム不等式の一つであるDunkl-Williams不等式を考察する. この不等式はn個のベクトルの場合への拡張として, Pecaric-Rajic(Math. Inequal. Appl., 2007)により, その一般化及び逆不等式が与えられた. 峰野-中村-大和田の結果から考察し, Pecaric-Rajicの不等式の精密化を行った([2]). この研究について, 2017年2月に行われた京都大学数理解析研究所研究集会「関数空間の構造とその周辺」において成果発表を行った.</p> <p>(3) Banas-Fraczek空間のvon Neumann-Jordan定数の研究 幾何学的定数の相互関係などを調べる際, Day-James空間などの具体的なノルム空間を用いることでその詳細を解明することができる場合が多い. Day-James空間の一般化としてBanas-Fraczek空間がYangによって導入され, そのvon Neumann-Jordan定数が計算されている. 本研究では, Banas-Fraczek空間の一般化とその空間の定数の計算を行った. また, 他の幾何学的定数との関係をBanas-Fraczek空間の下で考察した([1]). この研究について, 2016年9月に行われた日本数学会2016年度秋季総合分科会(関西大学)において成果発表を行った.</p>
<p>成果資料目録</p>	<p>[1] K.-I. Mitani, K.-S. Saito, Y. Takahashi, On the von Neumann-Jordan constant of generalized Banas-Fraczek spaces, Linear Nonlinear Anal. 2, 311-316 (2016). [2] K.-I. Mitani, N. Tabiraki, T. Ohwada, Note on Dunkl-Williams inequality with n elements, to appear in Nihonkai Math. J. [3] Y. Tomizawa, K.-I. Mitani, K.-S. Saito, R. Tanaka, Geometric constants of <math>\pi/2</math>-rotation invariant norms on <math>R^2</math>. to appear in Ann. Funct. Anal.</p>