

平成29年度 独創的研究助成費 実績報告書

平成30年3月30日

報告者	学科名	情報システム工学科	職名	准教授	氏名	三谷 健一
研究課題	ノルム空間における種々の幾何学的定数に関する考察					
研究組織	氏名	所属・職		専門分野	役割分担	
	代表	三谷健一		情報工学部・准教授	関数解析	
	分担者					
研究実績の概要	<p>バナッハ空間の幾何学の起源は1936年の Clarkson による一様凸性の研究とされる。この性質は空間の単位球の丸さを表す性質であり、近似理論や非線形関数解析学を研究する際に重要な道具である。また単位球の四辺形性を表す一様非四辺形性や一様凸性の双対概念である一様平滑性など、様々な幾何学的性質が導入され、バナッハ空間の構造の考察及び他分野への応用に必要不可欠である。</p> <p>これに関連して幾何学的性質を詳細に考察するため、様々な幾何学的定数が導入されている。代表的なものとして von Neumann-Jordan (NJ) 定数がある。これはバナッハ空間における中線定理の成立度合いを表し、ヒルベルト空間を特徴づけることができる。さらに一様非四辺形性もこの定数で特徴づけることができる。バナッハ空間の非拡大写像における不動点の存在についても NJ 定数を用いて記述することができる。また、一般のバナッハ空間における NJ 定数と他の幾何学的定数、特に、単位球の四辺形性度合いを表す James 定数や modulus of smoothness などとの相互関係について活発に議論されている。</p>					

※ 次ページに続く

<p>研究実績 の概要</p>	<p>本研究では、具体的なバナッハ空間、特に2次元ノルム空間における幾何学的定数を計算し、幾何学的定数同士の相互関係を調査した。具体的には以下の通りである。</p> <p>Banas-Fraczek空間のNJ定数についてはYang[2]によって考察され、定数の値が計算された。[1]においてこの空間を一般化したgeneralized Banas-Fraczek空間が導入され、$p \geq 2$の場合について定数の値が計算された。本研究では$p < 2$の場合についても一部の場合であるがNJ定数の値を得た。また、この結果に関連してBanas-Fraczek空間と2次元内積空間とのBanach-Mazur距離を計算した。さらにBanas-Fraczek空間におけるNJ定数とcharacteristic of convexityとの関係を表す不等式について考察し、等号が成立するための必要十分条件を得た。本研究に関して、国際シンポジウムThe 10th Anniversary Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysisおよび京都大学数理解析研究所のRIMS共同研究「関数空間の深化とその周辺」において成果発表を行った。</p> <p>参考文献</p> <p>[1] K.-I. Mitani, K.-S. Saito, Y. Takahashi, On the von Neumann–Jordan constant of generalized Banas–Fraczek spaces, <i>Linear Nonlinear Anal.</i> 2 (2016), 311–316.</p> <p>[2] C. Yang, Jordan–von Neumann constant for Banas–Fraczek space, <i>Banach J. Math. Anal.</i> 8 (2014), 185–192.</p>
<p>成果資料目録</p>	<p>[1] 三谷健一, 斎藤吉助, 高橋泰嗣, Von Neumann–Jordan constant of generalized Banas–Fraczek spaces, RIMS 共同研究「関数空間の深化とその周辺」アブストラクト.</p>