

# 令和 4 年度 試験問題

## 前期日程

# 数 学 (120 分)

## 注 意

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は 7 ページあります。
- 3 解答用紙は 4 枚あります。解答用紙には受験番号欄(1 枚につき 2 ケ所)と氏名欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入下さい。
- 4 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせ下さい。  
なお、問題冊子の 2 ページ、4 ページ、6 ページは下書き用紙です。
- 5 解答は、全て解答用紙の指定されたところに書き下さい。書き切れない場合は、当該解答用紙の裏面を使用してよいが、表面に「裏面使用」と明記下さい。
- 6 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰り下さい。

**1**  $z = 1 + \sqrt{3} + (\sqrt{3} - 1)i$  とおく。ここで、 $i$  は虚数単位である。(配点 75 点)

(1)  $z = (1 + \sqrt{3}i)(a + bi)$  を満たす実数  $a, b$  を求めよ。

(2)  $z$  を  $r(\cos \theta + i \sin \theta)$  の形で表せ。ただし、 $r \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$  とする。

(3)  $z^n$  が正の実数となる 100 以下の自然数  $n$  の個数を求めよ。

(下書き用紙)

2 三角形 ABC が  $AB = 2$ ,  $AC = 1$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$  を満たすとする。辺 BC を 3 : 1 に内分する点を D とし,  $\angle ACB$  の二等分線と辺 AB との交点を E とする。 (配点 75 点)

- (1) 辺 BC の長さを求めよ。
- (2)  $\overrightarrow{AD}$  を  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AC}$  を用いて表し, 線分 AD の長さを求めよ。
- (3)  $\overrightarrow{CE}$  を  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AC}$  を用いて表し, 線分 CE の長さを求めよ。
- (4) 線分 AD と線分 CE との交点を F とするとき,  $\cos \angle DFE$  を求めよ。

(下書き用紙)

**3**

関数  $f(x) = x^4 + ax^3$ ,  $g(x) = x + b$ ,  $h(x) = x^2 + cx + d$  が

$f(x) - g(x) = \{h(x)\}^2$  を満たしている。ただし,  $a, b, c, d$  は実数である。

座標平面において曲線  $y = f(x)$  を  $C$ , 直線  $y = g(x)$  を  $l$  とする。次の問いに答えよ。 (配点 75 点)

- (1)  $a, b, c, d$  の値を求めよ。
- (2) 関数  $f(x)$  の最小値を求めよ。
- (3) 曲線  $C$  と直線  $l$  との共有点の座標を求めよ。
- (4) 曲線  $C$  と直線  $l$  とで囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。

(下書き用紙)

4  $n$  を 2 以上の自然数とする。赤玉  $n$  個と白玉 3 個がある。この  $n + 3$  個の玉すべてを 1 列に並べる。ただし、 $n$  個の赤玉は区別せず、3 個の白玉も区別しない。以下の問いに答えよ。 (配点 75 点)

- (1) 並べ方は全部で何通りあるか。
- (2) 白玉 3 個が隣り合う並べ方は何通りあるか。
- (3) 白玉のうち 2 個は隣り合うが、3 個は隣り合わない並べ方は何通りあるか。
- (4) 白玉が隣り合う並べ方は何通りあるか。
- (5) 白玉の間に赤玉 1 個を挟んだ「白赤白」が現れる並べ方は何通りあるか。



