

令和4年度 岡山県立大学 一般選抜中期日程

数学

出題の意図及び解答例

以下の解答例では最終結果または証明の簡単な手順のみを示してありますが、答案の採点においては、正しい推論に基づく正確な表現がなされていることを確認しています。

1 出題意図 数学的帰納法、不等式の証明、数列の極限について問う。

解答例 (1) $n = 1$ のとき、 $a_1 = 0$ であるから、 $a_1 < 2$ が成り立つ。

$n = k$ のとき $a_k < 2$ であると仮定する。

定義より $a_k \geq 0$ であるから、 $(a_k)^2 < 4$ が成り立つ。

このことから、 $a_{k+1} < 2$ を導くことができる。

(2) $a_n \geq 0$ であるから、 $(a_n)^2 < (a_{n+1})^2$ を示せばよい。

$$(a_{n+1})^2 - (a_n)^2 = \frac{1}{4}(3a_n + 4)(2 - a_n)$$

(1) より右辺は正である。

(3) 不等式 $a_n \geq 2 - \frac{1}{2^{n-2}}$ を ① とする。

$n = 1$ のとき、 $a_1 = 0$ 、 $2 - \frac{1}{2^{1-2}} = 0$ であるから、① が成り立つ。

$n = k$ のとき ① が成り立つと仮定する。

$$(a_k)^2 + 2a_k + 8 \geq 16 - \frac{6}{2^{k-2}} + \frac{1}{2^{2k-4}}$$

右辺 $> 4\left(2 - \frac{1}{2^{k-1}}\right)^2$ を示すことができるから、

$n = k + 1$ のときにも ① が成り立つことが導かれる。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$

2 出題意図 ベクトルを利用して平面図形を扱うことができるかを問う。

解答例 (1) $\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{c}$ 、 $\vec{OQ} = \frac{2}{5}\vec{c}$ (2) $\vec{OR} = \frac{6}{11}\vec{a} + \frac{2}{11}\vec{c}$

(3) $\vec{CR} = \frac{9}{11}\vec{CP}$ であるから、C、R、P は同一直線上にある。

(4) $\triangle OQR = \frac{18}{5}S$ (5) $S = \frac{4}{33}\sqrt{14}$

3

出題意図 方程式の理解及び微分と積分の応用力を問う。

解答例 (1) $(0, 3p^2 - p^3)$ (2) $0 < p < 2\sqrt{3}$ (3) $S = \frac{\sqrt{3}}{18} p(12 - p^2)^{\frac{3}{2}}$
(4) S は $p = \sqrt{3}$ のとき最大値をとる。

4

出題意図 確率を求めさせることにより、図形の状況を把握できているかを問う。

解答例 (1) $p_1 = \frac{17}{50}$ (2) $p_2 = \frac{487}{1000}$ (3) $p_3 = \frac{513}{20000}$